

URM rešenja zadataka

March 2021

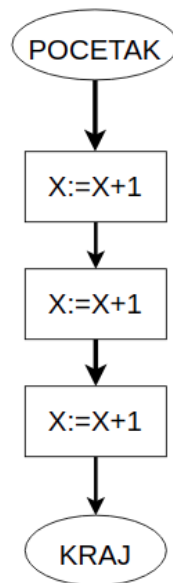
Zadatak 1 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

$$f(x) = x + 3$$

Rešenje: Izračunavanje funkcije svodi se na tri puta ponovljenu naredbu S nad ćelijom R1. Povratna vrednost ostaje u ćeliji R1.

Početna konfiguracija:

R1	R2	R3	R4	R5	
X	0	0	0	0	...



Program:

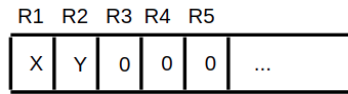
1:	S(1)	X:=X+1
2:	S(1)	X:=X+1
3:	S(1)	X:=X+1

Zadatak 2 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & x \geq y \\ 0, & \text{inace} \end{cases}$$

Rešenje: Zadatak se rešava uvodjenjem brojača K čija će se vrednost inicijalizovati na 0 i zatim u svakom koraku povećavati za jedan sve dok ne postane jednaka vrednosti X ili Y. Ukoliko K dostigne prvo Y znači da je Y manje ili jednako X pa je time ispunjen prvi uslov funkcije i povratna vrednost će biti 1. Ukoliko K nije dostiglo Y, ali jeste X znači da je X manje od Y i time je ispunjen drugi uslov funkcije pa je povratna vrednost programa 0.

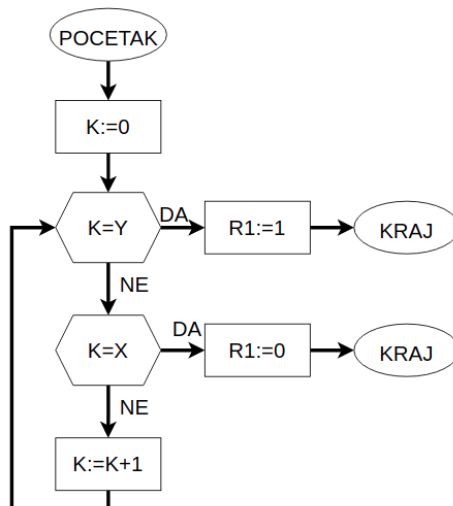
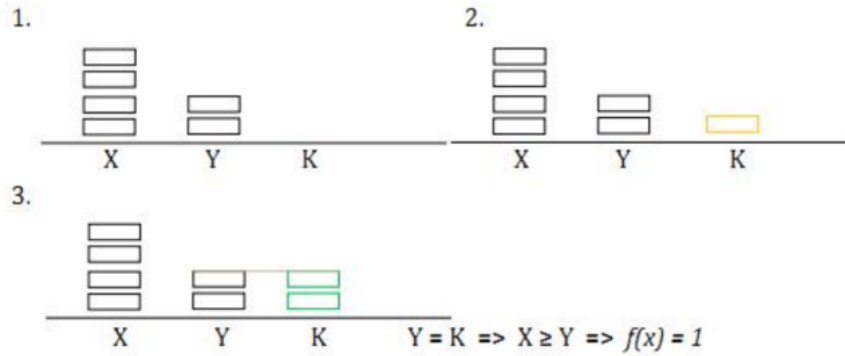
Pocetna konfiguracija:



↑
K

[!]

Primer $x = 4, y = 2$



Program

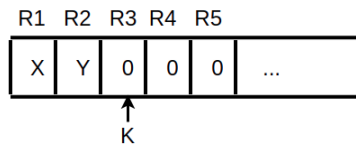
1. Z(3) $K := 0$
2. J(2,3,6) $K = Y ?$
3. J(1,3,9) $K = X ?$
4. S(3) $K := K + 1$
5. J(1,1,2) *Bezuslovni skok na naredbu 2. (petlja)*
6. Z(0) $R1 := 0$
7. S(1) $R1 := 1, f(x) = 1$
8. J(1,1,100) *Kraj*
9. Z(1) $R1 := 0, f(x) = 0$
10. J(1,1,100) *Kraj*

Zadatak 3 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

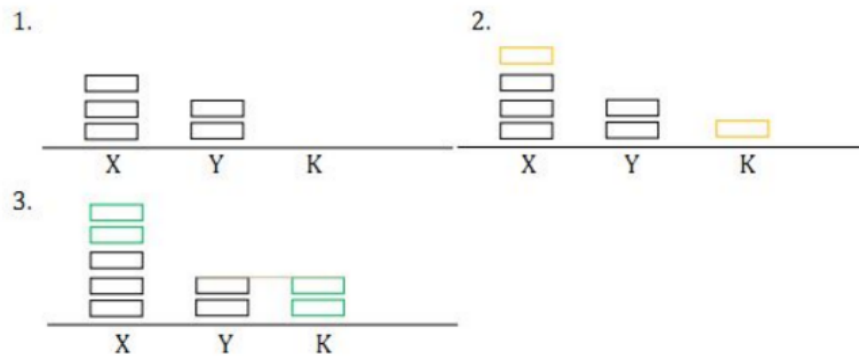
$$f(x, y) = x + y$$

Rešenje: Ideja rešenja je dodavanje Y jedinica na X jedinica. Brojač K u svakoj iteraciji petlje označava broj jedinica koje su dodate na X jedinica. Tokom svake iteracije petlje proverava se da li je vrednost K jednaka Y, ukoliko jeste dodato je Y jedinica na X jedinica - ukoliko nije, vrednost brojača K se povećava za 1 i vrednost ćelije R1 u kojoj se nalazi X se povećava za 1. Po završetku programa, vrednost ćelije R1 biće zbir X + Y.

Pocetna konfiguracija:

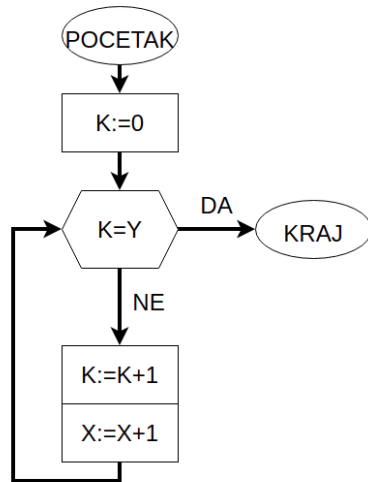


Primer x = 3, y = 2



Program

1. Z(3) $K := 0$
2. J(2,3,100) $K = Y ?$ Ako jeste => Kraj
3. S(1) $R1 := R1 + 1$
4. S(3) $K := K + 1$
5. J(1,1,2) Bezuslovni skok na naredbu 2. (petlja)



Zadatak 4 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

$$f(x) = x - 1$$

Rešenje: Slično kao u prethodnom zadatku, broji se koliko je jedinica potrebno dodati na jedinicu da bi ukupna vrednost bila jednaka X. U ćeliju R2 upisujemo jedinicu, a u R3 će se nalaziti vrednosti brojača K. U svakoj iteraciji dodaje se po jedna jedinica na R2 i na K. Kako je vrednost R2 za jedan veća od vrednosti brojača K, u trenutku kada vrednost R2 postane jednaka vrednosti X, vrednost brojača K biće X - 1 i ostaje samo da se ta vrednost prebaci u ćeliju R1.

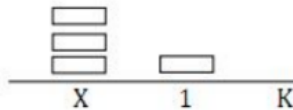
Pocetna konfiguracija:

R1	R2	R3	R4	R5
X	0	0	0	0
				...

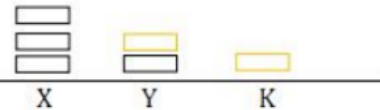
↑
↑
1
K

Primer x = 3

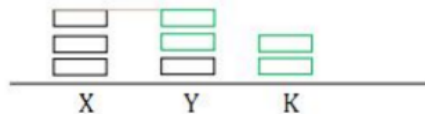
1.



2.

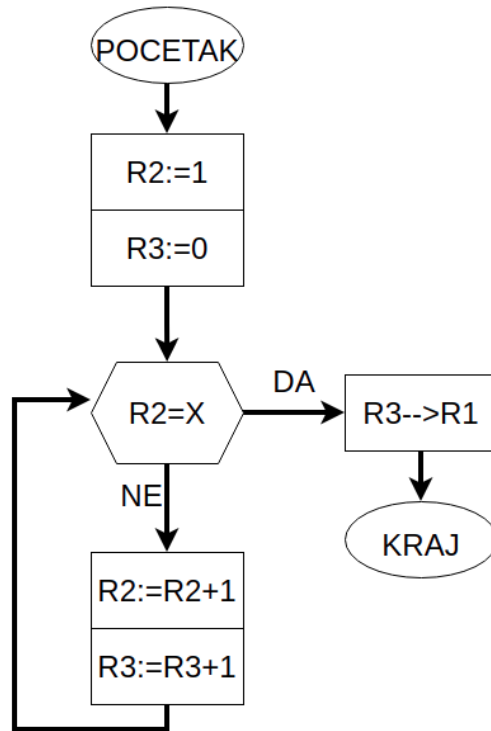


3.



Program

1. Z(3) $K := 0$
2. Z(2) $R2 := 0$
3. S(2) $R2 := R2 + 1$
4. J(1,2,8) $R2 = X ?$
5. S(2) $R2 := R2 + 1$
6. S(3) $K := K + 1$
7. J(1,1,4) *Bezuslovni skok na naredbu 4.*
8. T(3,1) $K \rightarrow R1$
9. J(1,1,100) *Kraj*



Zadatak 5 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

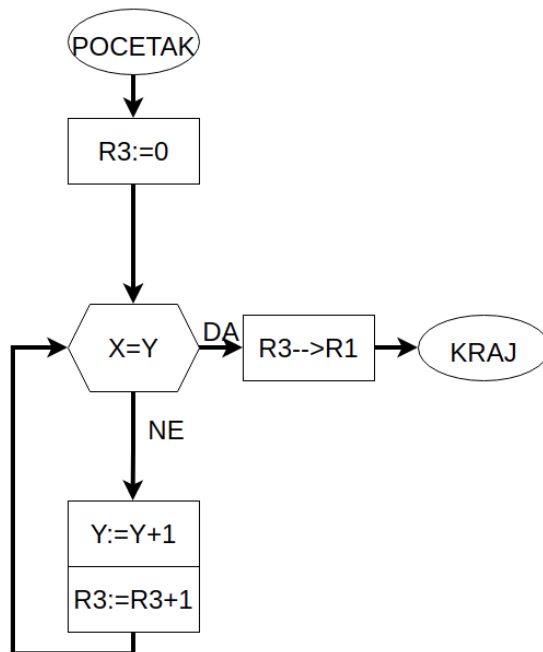
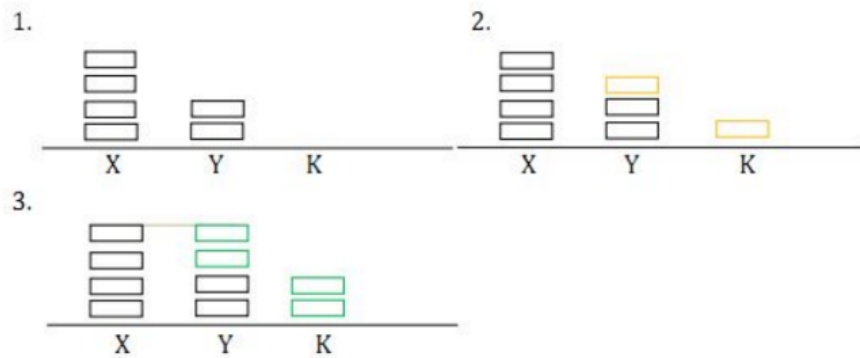
$$f(x, y) = x - y$$

Rešenje: Slično kao u prethodnom zadatku, broji se koliko je jedinica potrebno dodati na Y da bi ukupna vrednost bila jednaka X. U ćeliji R3 će se nalaziti vrednosti brojača K. U svakoj iteraciji dodaje se po jedna jedinica na Y i na K. Kako je vrednost Y za Y veća od vrednosti brojača K, u trenutku kada vrednost Y+K postane jednaka vrednosti X, vrednost brojača K biće upravo X - Y i ostaje samo da se ta vrednost prebaci u ćeliju R1.

Pocetna konfiguracija:

R1	R2	R3	R4	R5	...
X	Y	0	0	0	...
	↑	↑			
	Y+K	K			

Primer $x = 4, y = 2$



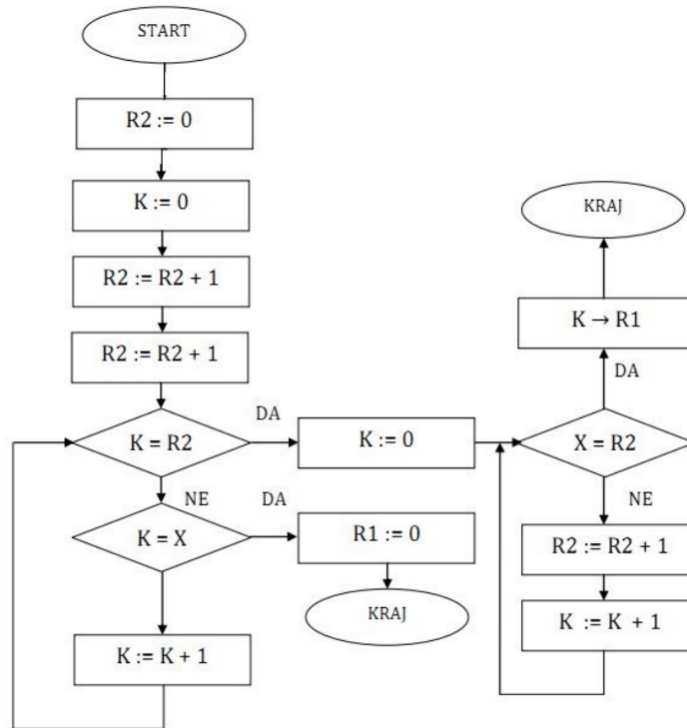
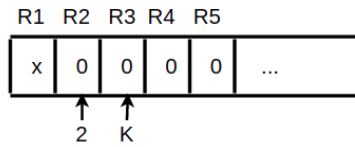
- | | |
|-------------|------------------------------|
| 1:Z(3) | K:=0 |
| 2:J(1,2, 6) | R2=X? |
| 3:S(2) | R2:=R2+1 |
| 4:S(3) | K:=K+1 |
| 5:J(1,1,2) | bezuslovni skok na naredbu 2 |
| 6:T(3,1) | K-->R1 |

Zadatak 6 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \geq 2 \\ 0, & \text{inace} \end{cases}$$

Rešenje: Prvi deo programa je provera uslova, dok se u drugom delu (ukoliko je uslov ispunjen) izračunava razlika $X-2$. Napomena: Zadatak je moguće uraditi kraće, tako da se istovremeno proverava uslov i izračunava razlika.

Pocetna konfiguracija:



Program

1. Z(2) R2 := 0
2. Z(3) K := 0
3. S(2) R2 := R2 + 1
4. S(2) R2 := R2 + 1 - Dvojka je napravljena
5. J(2,3,11) K = R2 ? (K = 2)
6. J(1,2,9) K = X ?
7. S(3) K := K + 1
8. J(1,1,5) Bezuslovni skok na naredbu 5. (petlja)
9. Z(1) R1 := 0
10. J(1,1,100) Kraj
11. Z(3) K := 0
12. J(1,2,16) X = R2 ?
13. S(2) R2 := R2 + 1
14. S(3) K := K + 1
15. J(1,1,12) Bezuslovni skok na naredbu 12. (petlja)
16. T(3,1) K -> R1
17. J(1,1,100) Kraj

Zadatak 7 Napisati URM program koji izračunava funkciju:

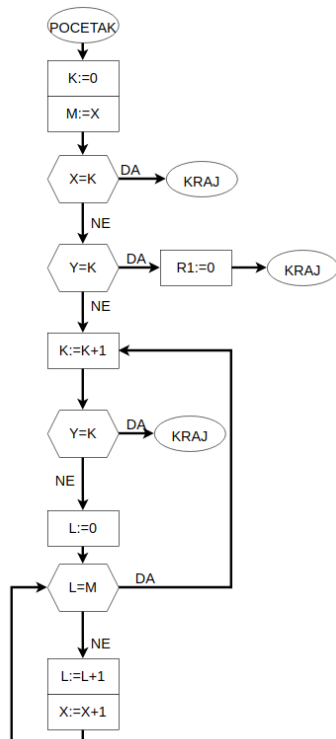
$$f(x, y) = xy$$

Rešenje: Množenje se svodi na sabiranje.

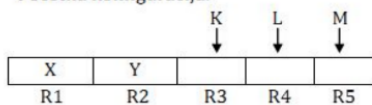
$$xy = \underbrace{x + x + \dots + x}_{y \text{ puta}} = \underbrace{(1 + 1 + \dots + 1)}_{x \text{ puta}} + \underbrace{(1 + 1 + \dots + 1)}_{x \text{ puta}} + \dots + \underbrace{(1 + 1 + \dots + 1)}_{x \text{ puta}}$$

y puta

Brojač K broji koliko puta je dodata vrednost X na rezultat u R1. U svakoj iteraciji petlje vrednost R1 je jednaka $K * X$. Kako je inicijalno vrednost R1 jednaka X to je vrednost K inicijalno jednaka 1. Brojač L učestvuje u formiranju svakog sabirka X i broji koliko je jedinica dodato za sabirak X. U M (R3) će se nalaziti kopija vrednosti X tako da prilikom svakog formiranja sabiraka L odbrojava do vrednosti iz M.



Početna konfiguracija:



Program

1. Z(3) $K := 0$
2. J(1,3,100) $X = K, (X = 0) ?$ Ako jeste => Kraj
3. J(2,3,12) $Z = K, (Y = 0) ?$
4. T(1,5) $M := X$
5. S(3) $K := K + 1$
6. J(2,3,100) $Y = K ?$
7. Z(4) $L := 0$
8. J(4,5,5) $L = M ?$
9. S(4) $L := L + 1$
10. S(1) $R1 := R1 + 1$
11. J(1,1,8) *Bezuslovni skok na naredbu 8.*
12. Z(1) $R1 := 0$
13. J(1,1,100) *Kraj*

Zadatak 8 *Napisati URM program koji izračunava broj 1000.*

Ideja: $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100 \cdot 10$ Ideja algoritma je izvršiti množenje prva dva činioca, rezultat množenja upisivati na mesto prvog činioca i ponavljati postupak množenja sve do traženog stepena (3).

Zadatak 9 *Napisati URM program koji izračunava funkciju:*

$$f(x, y, z) = 2(x + y + z)$$

Ideja: Prvi deo rešenja predstavlja računanje zbira $x + y + z$ i to kao sabiranje broja z sa zbirom $x + y$. Drugi deo podrazumeva kopiranje dobijenog zbira u pomoćnu ćeliju i sabiranje istog sa samim sobom. Drugi način je množenje zbira $x + y + z$ brojem 2.

Zadatak 10 *Napisati URM program koji izračunava funkciju:*

$$f(x) = 2^x$$

Ideja: Stepenovanje se svodi na množenje, a množenje na sabiranje.